

# Analogie entre transferts de chaleur et de quantité de mouvement dans un jet pariétal plan turbulent

P. Y. NIZOU

Laboratoire de Thermodynamique, Université de Nantes, 2 Rue de la Houssinière,  
44072 Nantes Cedex, France

(Reçu le 12 Juillet 1983 et sous forme révisée le 28 Novembre 1983)

**Résumé**—Le présent article résume une étude expérimentale et théorique destinée à préciser la liaison entre transfert de chaleur et coefficient de frottement à la paroi dans le cas des jets pariétaux turbulents. Une étude expérimentale détaillée de la zone de couche limite (ou zone de paroi) a conduit à en proposer une modélisation dont les conséquences analytiques définissent une formulation nouvelle du coefficient de frottement plus satisfaisante que les corrélations empiriques (du type Blasius) généralement utilisées. Cette analyse de l'écoulement est ensuite mise à profit pour résoudre le problème thermique et aboutir à une relation entre transferts de chaleur et de quantité de mouvement.

## INTRODUCTION

LE JET pariétal ('wall jet') dans lequel l'écoulement de fluide s'effectue tangentiellement à une surface plane, constitue le cas limite d'un jet débouchant sur une paroi sous une incidence quelconque ('impinging jet'). Il a fait l'objet à ce titre de plusieurs études qui associent simultanément des mesures dynamiques et thermiques dans le but de prévoir le coefficient local de transfert de chaleur à la paroi dans la zone de régime établi (Fig. 1). Ainsi, Seban [1], puis Seban et Back [2], ont analysé le cas d'une décharge de fluide injecté tangentiellement entre une plaque plane, siège d'un flux de chaleur constant, et un écoulement parallèle extérieur: la température de sortie du jet d'air était supérieure à celle de l'écoulement extérieur, la gamme des nombres de Reynolds initiaux rapportés à l'épaisseur du jet allant de 1400 à 7200. Le cas d'un jet pariétal avec discontinuité de température à la paroi a été essentiellement étudié par Myers *et al.* [3] dans la gamme des Reynolds: 17 000-38 000. Leur étude thermique s'appuyait sur une étude dynamique préalable [4] dans laquelle ils proposent une formulation du coefficient de frottement applicable pour:  $7100 < Re < 38\,000$ . Plus récemment, Mabuchi et Kumada [5] ont développé une étude de l'écoulement et du transfert de masse dans des jets pariétaux plans en régime turbulent.

Or, dans toutes ces études, la solution du problème thermique est essentiellement obtenue en supposant que les analogies classiques entre transferts de chaleur et de quantité de mouvement, parfaitement validées dans le cas de l'air pour une couche limite classique, sont encore exactement applicables au cas du jet pariétal. Une telle façon de procéder, si elle conduit à des résultats pratiques satisfaisants, n'est toutefois pas pleinement convaincante, en particulier sur le plan théorique: on a pu notamment observer [6, 7] que les

évolutions du coefficient de frottement et du nombre de Stanton n'étaient pas tout à fait semblables, ce que ne peuvent traduire les analogies classiques. Cette dernière remarque traduit le but de la présente étude: il s'agit de définir, dans le cas du jet pariétal, une analogie entre transfert de chaleur qui tienne réellement compte des caractéristiques propres à ce type d'écoulement.

La démarche adoptée implique une redéfinition préalable du champ des vitesses moyennes qui soit en mesure d'exprimer les différences essentielles entre une couche limite classique et une couche limite de jet pariétal. Une investigation expérimentale détaillée de la cinématique de l'écoulement nous conduira ainsi à en proposer une modélisation compatible avec les données bibliographiques. Développant alors les conséquences analytiques de cette représentation, nous en déduisons une formulation nouvelle du coefficient de frottement sensiblement meilleure que la représentation empirique généralement adoptée. Les résultats dynamiques obtenus de cette façon permettront de mener à terme l'étude thermique, ce que nous montrerons ensuite.

## CONDITIONS EXPERIMENTALES

Le dispositif expérimental est schématiquement représenté sur la Fig. 2: la plaque d'essai placée à la sortie d'un convergent définit deux jets pariétaux symétriques, l'étude expérimentale étant exclusivement effectuée dans le jet pariétal supérieur. Les orifices de sortie de l'air sont ainsi constitués par deux fentes identiques de 50 cm de large et d'épaisseur variable: les essais ont été effectués pour trois épaisseurs de sortie de 7,13 et 20,5 mm, le rapport de contraction restant toujours supérieur à 70. Une telle configuration permet d'obtenir des nombres de Reynolds initiaux compris entre 9000 et 60 000. Des parois verticales de 40 cm de haut guident latéralement l'écoulement et assurent sa

## NOMENCLATURE

$A, B$	constantes définies par (6)	$X_2$	$x + x_2$
$A_T, B_T$	constantes définies par (7)	$X_1^*$	dimension caractéristique de la zone extérieure de la couche limite,
$C$	constante définie par (9)	$X_2^*$	$A_1(Re) \cdot X_1$
$C_f$	coefficient de frottement, $2\tau_p/\rho u_m^2$		dimension caractéristique de la zone de jet, $A_2(Re) \cdot X_2$
$C_p$	chaleur spécifique à pression constante		
$e$	épaisseur de sortie du jet		
$f'_{11}$	isovitesse définissant la frontière inférieure de la zone extérieure de la couche limite, $u_1^*$		
$h$	coefficient local de convection, $\Phi/(T_p - T_{ad})$		
$Nu_{X_1}$	nombre de Nusselt local, $hX_1/\lambda$	$\delta$	ordonnée du point de vitesse maximale
$Pr$	nombre de Prandtl, $\mu C_p/\lambda$	$\eta_1$	variable sans dimension relative à la zone extérieure de la couche limite, $(y - y_1)/X_1^*$ [ou $(y - y_1)/X_1$ pour un nombre de Reynolds $Re$ donné]
$Re$	nombre de Reynolds initial, $u_0 e/v$	$\eta_2$	variable sans dimension relative à la zone de jet, $(y - \delta)/X_2^*$
$Re_{X_1}$	nombre de Reynolds local, $u_m X_1/v$	$\theta'_{11}$	constante (pour un $Re$ donné) définie par (8)
$St$	nombre de Stanton local, $h/\rho C_p u_m$	$\mu$	viscosité du fluide
$T, T_a$	températures locale et ambiante	$\rho$	masse volumique
$T_{ad}$	température (adiabatique) de paroi en l'absence de chauffage	$\nu$	viscosité cinématique, $\mu/\rho$
$T_f$	température de frottement, $\Phi/\rho C_p u_f$	$\tau$	frottement pariétal
$u^*$	vitesse réduite, $u/u_m$	$\Phi$	densité de flux de chaleur dissipée par convection à la paroi.
$u_f$	vitesse de frottement, $\sqrt{(\tau_p/\rho)}$		
$u_0$	vitesse de sortie du jet		
$x$	distance de la section d'étude à la buse de sortie		
$y$	direction perpendiculaire à la paroi		
$-x_1, y_1$	coordonnées de l'origine fictive du faisceau de droites modélisant la zone extérieure de la couche limite ( $x_1 \simeq 20e$ )		
$-x_2$	abscisse de l'origine fictive de la zone de jet		
$X_1$	$x + x_1$		

## Indices

$p$	valeur à la paroi
$i$	valeur le long d'une isovitesse définie par $f'_{11}$
$m$	valeur au point de vitesse maximale
$1$	zone de couche limite
$2$	zone de jet.

bidimensionnalité qui est effectivement obtenue jusqu'à 150 cm de la buse de sortie dans une zone de 7 cm de part et d'autre de la ligne centrale.

La plaque chauffante (modèle à flux constant de 150 cm de long) génère deux distributions de températures symétriques de part et d'autre du plan médian horizontal du dispositif expérimental; le départ du chauffage est localisé à la sortie de la buse de soufflage.

Les mesures de vitesse ont été effectuées à l'aide d'une sonde de pression totale de diamètre 0,8 mm, un anémomètre à fil chaud à température constante ayant également été utilisé pour préciser les profils de vitesse dans la zone de paroi. Le frottement à la paroi a été déterminé par la méthode du tube de Preston dont la justification dans le cas du jet pariétal a été apportée par Alcaraz *et al.* [8]. Deux types de sonde de 0,4 et 0,8 mm de diamètre ont été utilisés en prenant la courbe d'étalonnage d'après Patel [9]. Ce procédé conduit à une précision sur la mesure du coefficient de frottement  $C_f$  de l'ordre de  $\pm 2,5\%$ .

Les profils de température dans la couche limite thermique ont été obtenus avec une sonde à

thermocouple chromel-constantan conforme aux spécifications de Blackwell et Moffat [10], les deux fils d'égal diamètre (0,08 mm) cheminant parallèlement à la paroi sur une longueur de 6,5 mm de part et d'autre de leur jonction.

Le coefficient local de transfert de chaleur est défini expérimentalement par

$$h = \frac{\Phi}{T_p - T_{ad}}$$

relation dans laquelle, à l'abscisse  $x$ :  $\Phi$  est le flux local dissipé par convection,  $T_p$  est la température de paroi,  $T_{ad}$  est la température de paroi en l'absence de chauffage. (Cette température 'adiabatique' est en réalité assez proche de la température ambiante.)  $\Phi$  se déduit de la puissance électrique dissipée dans le dispositif chauffant compte tenu des pertes par rayonnement à la surface du modèle. Des thermocouples chromel-constantan noyés en surface de ce modèle chauffant mesurent les distributions de paroi  $T_p$  et  $T_{ad}$ . Les caractéristiques physiques du fluide sont évaluées à la température ambiante. L'erreur résultante sur la

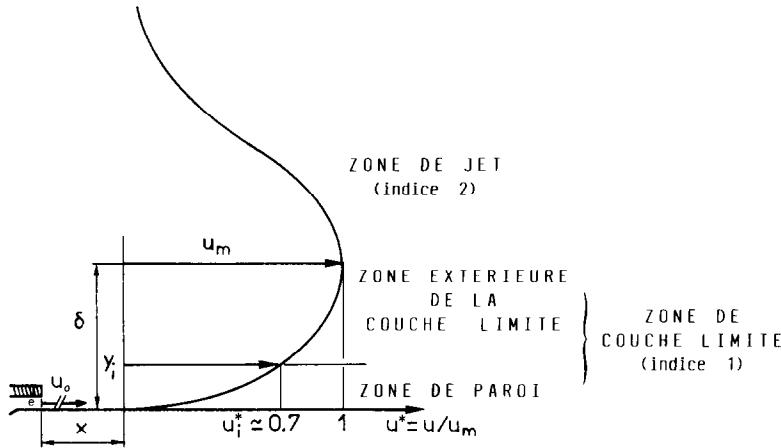


FIG. 1. Définition des zones de l'écoulement pour une section donnée.

détermination du nombre de Stanton reste inférieure à  $\pm 3\%$ .

On trouvera dans la réf. [7] une description détaillée et une étude critique de l'appareillage expérimental.

#### ETUDE DYNAMIQUE. EVOLUTION DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT

##### Représentation de la zone extérieure de la couche limite

La zone comprise entre la paroi et le maximum de vitesse diffère notablement d'une couche limite classique en ce sens qu'elle évolue sous l'action d'un écoulement extérieur: c'est une couche limite perturbée. L'étude expérimentale approfondie de cette couche limite de jet pariétal [7, 11] montre qu'il est possible, à partir d'une certaine distance de la buse de sortie, de représenter la structure de la zone extérieure de la couche limite à l'aide d'un faisceau d'isovitesses réduites  $u^* = u/u_m$  où  $u_m$  représente la vitesse maximale dans la section considérée: ce faisceau, défini dans la

région  $0.7 < u^* < 1$  est formé de droites passant par un même point d'abscisse  $x = -x_1 \simeq -20e$  indépendante du nombre de Reynolds initial  $Re = u_0 e / \nu$  et dont l'ordonnée  $y_1$  est une fonction de  $Re$ . Les Figs. 3-5 montrent la validité d'une telle représentation pour les trois épaisseurs  $e$  utilisées. (On notera que la droite  $y = \delta$  correspondant à  $u^* = 1$  n'appartient pas en toute rigueur au faisceau précédent.) Il en résulte que les profils de vitesse relatifs à l'extérieur de la couche limite pourront être représentés par la loi

$$u_1 = u_m f'_1 \left[ \frac{y - y_1}{x + x_1}, Re \right] = u_m f'_1 \left[ \frac{y - y_1}{A_1(Re) \cdot X_1} \right] = u_m f'_1 \left[ \frac{y - y_1}{X_1^*} \right]$$

définie pour  $y_1 < y < \delta$ ,  $y_1$  délimitant le domaine inférieur de validité de la loi faisceau.

On a pu montrer [7] la compatibilité d'une telle représentation avec les résultats bibliographiques ainsi

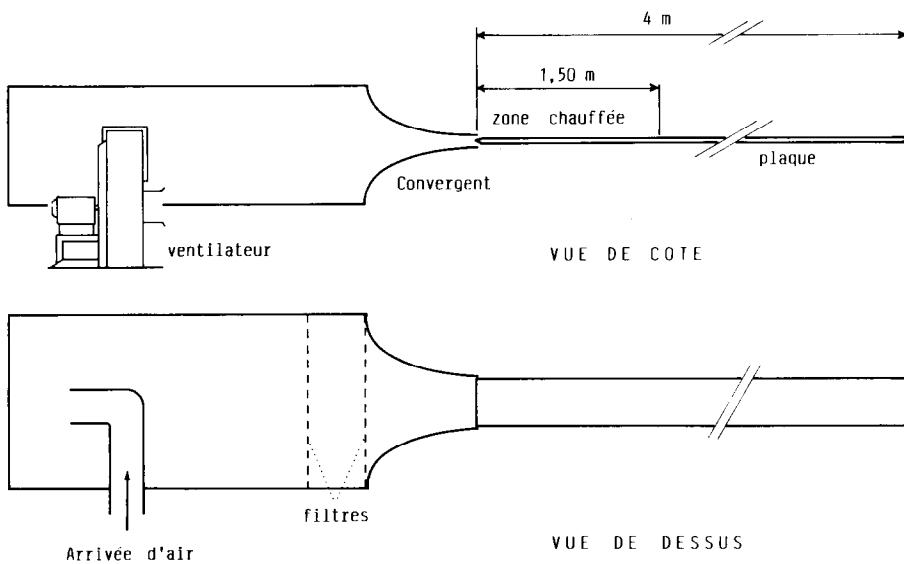


FIG. 2. Schéma de l'appareillage expérimental.

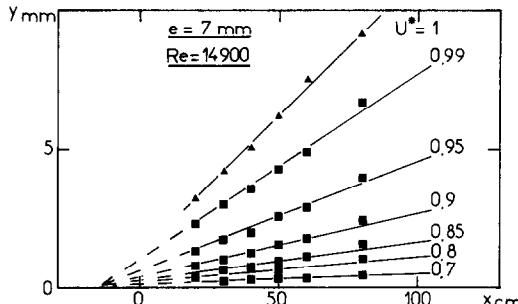


FIG. 3. Faisceau d'isovitesses réduites dans la zone extérieure de la couche limite ( $e = 7 \text{ mm}$ ).

que sa supériorité sur les lois déficitaires en  $y/\delta$  généralement utilisées.

#### Formulation analytique du coefficient de frottement

La formulation analytique du coefficient de frottement sera obtenue en écrivant les conditions de raccordement de la zone extérieure de la couche limite avec la zone de paroi.

Nous partirons, dans la zone extérieure de la couche limite, d'une loi de distribution des vitesses de la forme

$$u_1 = u_m f'_1 \left( \frac{y - y_1}{X_1} \right) = u_m f'_1(\eta_1) \quad (1)$$

expression dans laquelle nous faisons provisoirement abstraction de l'évolution explicite en fonction du nombre de Reynolds. L'expression finale du coefficient de frottement ne s'en trouvera pas modifiée, l'écriture des conditions de raccordement avec la zone de paroi introduisant des 'constantes' qui sont en fait des fonctions implicites du nombre de Reynolds à déterminer à partir des résultats expérimentaux.

La formulation (1) est susceptible de s'appliquer à une zone de plus en plus étendue lorsque le nombre de Reynolds augmente. Pour un nombre de Reynolds déterminé, nous supposerons que le domaine de validité de la loi faisceau est limité inférieurement par une valeur

$$\alpha_i = \frac{y_i - y_1}{X_1}$$

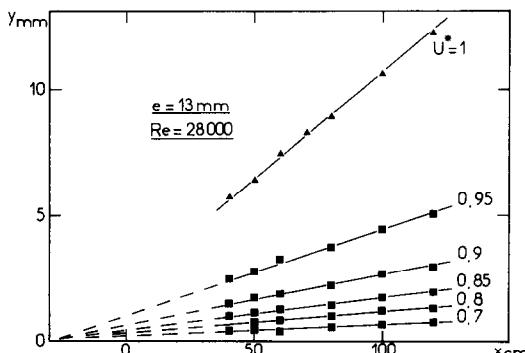


FIG. 4. Faisceau d'isovitesses réduites dans la zone extérieure de la couche limite ( $e = 13 \text{ mm}$ ).

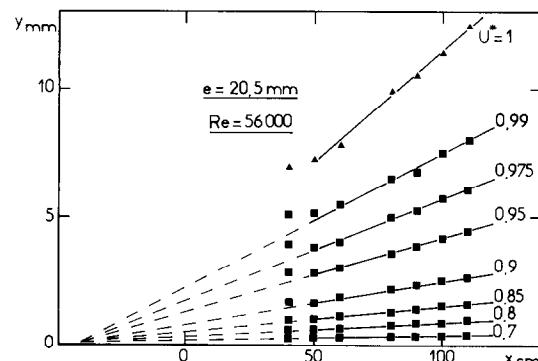


FIG. 5. Faisceau d'isovitesses réduites dans la zone extérieure de la couche limite ( $e = 20.5 \text{ mm}$ ).

qui doit donc être une fonction unique du nombre de Reynolds.

La fonction de courant s'écrit dans ces conditions

$$\psi_1 = u_m X_1 f_1(\eta_1)$$

d'où l'on tire la composante transversale de la vitesse

$$v_1 = - \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = -(u'_m X_1 + u_m X'_1) f_1 + u_m (y'_1 + \eta_1 X'_1) f'_1.$$

Si l'on admet que l'expression de la viscosité cinématique turbulente  $v_t$  est définie par l'hypothèse de Boussinesq†

$$\tau = v_t \frac{\partial u_1}{\partial y}$$

(hypothèse tout à fait valide dans la zone de raccordement où  $u^* \simeq 0.7$ ), on peut écrire l'équation du mouvement sous la forme

$$X_1^2 u'_m f'^2 - (X_1^2 u'_m + X_1 X'_1 u_m) f_1 f''_1 = \frac{\partial}{\partial \eta_1} (v_t f''_1).$$

D'où, dans le domaine conjoint de validité de la loi faisceau et de l'hypothèse de Boussinesq

$$v_t = X_1^2 u'_m v_1(\eta_1) + X_1 X'_1 u_m v_2(\eta_1)$$

expression dans laquelle  $v_1(\eta_1)$  et  $v_2(\eta_1)$  sont des fonctions de  $\eta_1$ .

Dans la zone de paroi, non perturbée par l'écoulement extérieur, nous écrirons la viscosité cinématique turbulente  $v_t$  sous la forme

$$v_t = 0 \quad \text{pour} \quad y \leq y_0$$

$$v_t = K(x)[y - y_0] \quad \text{pour} \quad y > y_0$$

† La justification d'une telle hypothèse apparaît dans le succès des modèles numériques correspondants ('Boussinesq Viscosity Models': BVM) appliqués au cas du jet pariétal bidimensionnel: cf., par exemple, Patankar et Spalding (1967), Pai et Whitelaw (1971), Launder et Spalding (1974), Launder et al. (1982). On notera qu'une comparaison des modèles numériques BVM face à des modèles plus élaborés ('Algebraic Stress Models', 'Reynolds Stress Transport Models') a été effectuée très récemment par Launder et Rodi (1983): réf. [12] dans laquelle on trouvera les références des travaux cités ci-dessus.

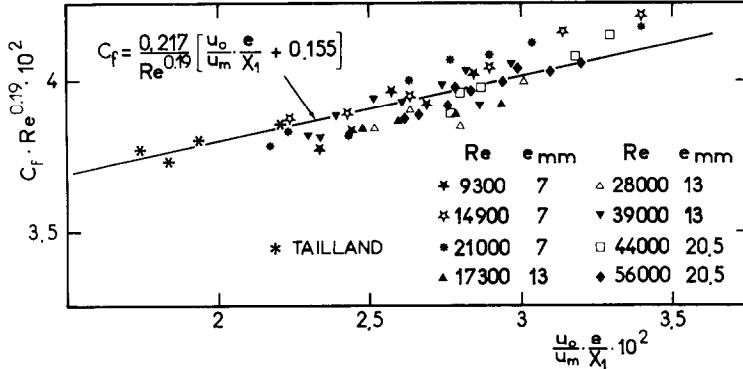


FIG. 6. Formulation analytique nouvelle du coefficient de frottement. Comparaison avec les résultats moyens de Tailland [13].

où  $y_0$  représente, par exemple, la limite supérieure de la sous-couche laminaire, et où  $K(x)$  est une fonction unique de  $x$  pour un  $Re$  donné.

Ecrivant alors la continuité de  $v_i$  et de  $\partial v_i / \partial y$  le long d'une isovitesse définie par la côte

$$y_i = y_1 + \alpha_i X_1$$

on obtient

$$K(x) = a X_1 u'_m + b X'_1 u_m$$

et

$$(a X_1 u'_m + b X'_1 u_m)(y_i - y_0) = A X_1^2 u'_m + B X'_1 X_1 u_m$$

où  $A = v_1(\alpha_i)$ ,  $B = v_2(\alpha_i)$ ,  $a = v'_1(\alpha_i)$ ,  $b = v'_2(\alpha_i)$  sont des fonctions du nombre de Reynolds  $Re$ .

D'autre part, dans la région proche de la paroi:  $\tau \simeq \tau_p$ , ce qui entraîne

$$\frac{\partial u}{\partial y} \simeq \frac{\tau_p / \rho}{v + v_i} = \frac{\tau_p / \rho}{v + (a X_1 u'_m + b X'_1 u_m)(y - y_0)}.$$

D'où, en écrivant la continuité de  $\partial u / \partial y$

$$\frac{\tau_p / \rho}{v + A X_1^2 u'_m + B X'_1 X_1 u_m} = \frac{u_m}{X_1} f''_1(\alpha_i)$$

et

$$C_f = \frac{2 \tau_p}{\rho u_m^2} = 2 f''_1(\alpha_i) \left[ \frac{1}{Re_{X_1}} + A X_1 \frac{u'_m}{u_m} + B \right] \quad (2)$$

en posant  $Re_{X_1} = u_m X_1 / v$ .

Dans la relation (2),  $f''_1(\alpha_i)$ ,  $A$  et  $B$  sont des fonctions du nombre de Reynolds  $Re$  à déterminer: lorsque ce nombre augmente,  $f''_1(\alpha_i)$  augmente tandis que  $A$  et  $B$  diminuent. La représentation du coefficient de frottement  $C_f$  en fonction de l'abscisse, pour une valeur donnée de  $Re$ , montre qu'en fait la quantité

$$A X_1 \frac{u'_m}{u_m} + B$$

peut être considérée comme constante.† Par analogie avec les formulations classiques en puissance, nous

rechercherons alors une expression de la forme

$$C_f = a Re^p \left[ \frac{1}{Re_{X_1}} + \frac{b}{Re^q} \right] = \frac{a Re^p}{Re_{X_1}} + \frac{b}{Re^{q-p}}.$$

La confrontation avec les résultats expérimentaux conduit à écrire, en définitive

$$C_f = \frac{0,217 Re^{0,81}}{Re_{X_1}} + \frac{3,364 \times 10^{-2}}{Re^{0,19}}$$

soit

$$C_f = \frac{0,217}{Re^{0,19}} \left[ \frac{u_0}{u_m} \cdot \frac{e}{X_1} + 0,155 \right] \quad (3)$$

relation qui permet de regrouper, à la précision des mesures près ( $\pm 2,5\%$ ), l'ensemble des résultats expérimentaux (Fig. 6). La compatibilité de la représentation proposée avec les données bibliographiques peut être appréciée sur la Fig. 6 où nous avons fait également figurer quelques points issus de la tendance expérimentale moyenne définie par Tailland [13].

La corrélation obtenue, qui fait intervenir l'abscisse  $X_1$  est nettement plus satisfaisante que celle qui découle des formulations empiriques du type Blasius généralement adoptées. Dans ces formulations, qui font intervenir l'épaisseur  $\delta$  de la couche limite, on observe, en effet, une évolution systématique du coefficient de frottement en fonction de l'épaisseur du jet, comme on peut le voir sur la Fig. 7; les épaisseurs les plus faibles sont proches de la représentation de Bradshaw-Gee habituellement proposée pour un jet pariétal [14, 15]

$$C_f = 0,0315 \left( \frac{u_m \delta}{v} \right)^{-0,182}$$

tandis que l'on observe—dans la limite des imprécisions sur la position des points—un glissement par translation (pente constante) d'une série de points à une autre, ce qui conduirait à écrire de façon plus générale

$$C_f = A(e) \left( \frac{u_m \delta}{v} \right)^{-n}$$

† Pour  $e = 7$  mm et  $Re = 14\,600$ , cette quantité varie de  $1,025 \times 10^{-5}$  à  $1,028 \times 10^{-5}$  lorsque  $x$  varie de  $28e$  à  $140e$ .

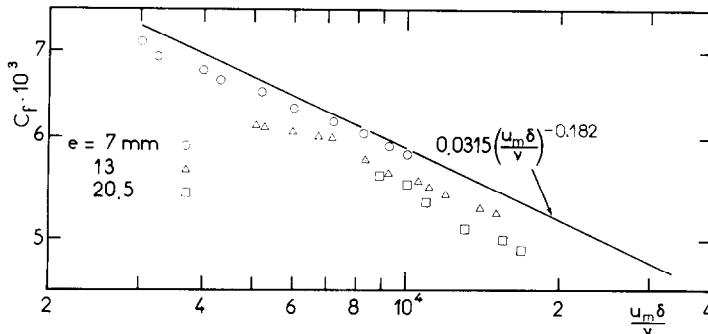


FIG. 7. Valeurs expérimentales du coefficient de frottement: comparaison avec la loi de Bradshaw-Gee [14, 15].

avec un exposant  $n$  pratiquement égal à 0,182 et une 'constante'  $A(e)$  qui diminuerait quand  $e$  croît.

Ce résultat, qui ne peut être expliqué par une perte de bidimensionnalité de l'écoulement lorsque l'épaisseur augmente (l'évolution du  $C_f$  se faisant alors plutôt en sens inverse [16, 17]), se retrouve également chez Mabuchi et Kumada [5] qui ont utilisé deux épaisseurs de sortie significativement différentes de 4 et 10 mm.

L'ensemble de ces résultats expérimentaux montre ainsi que si l'on tient à conserver une formulation du type Bradshaw-Gee, il serait préférable de remplacer la quantité  $\delta$  (côte de l'isovitesse  $u^* = 1$ ) par un  $\delta$  modifié [ou  $\delta(e)$ ] tel que:  $C_f = A[u_m \delta(e)/v]^{-n}$ ; dans cette relation  $A$  est cette fois une constante tandis que la formulation de  $\delta(e)$  reste à déterminer. On retiendra cependant que l'étude dynamique précédente justifie de substituer à la quantité  $\delta$  la quantité  $X_1 = x + x_1$ , meilleure grandeur caractéristique de l'évolution globale de la couche limite pour un nombre de Reynolds donné. Cette propriété est mise en évidence sur la Fig. 8 où les résultats expérimentaux sont correctement corrélés par la formulation

$$C_f = 0.0810 \left( \frac{u_m X_1}{v} \right)^{-0.192} \quad (4)$$

Les expressions (3) et (4) se révèlent être d'une précision équivalente dans la gamme des nombres de Reynolds rencontrés dans la littérature. L'expression (4) pourra être préférée étant donné sa forme plus

classique. L'expression (3) n'en perd pas pour autant son intérêt car elle justifie a posteriori la décomposition de la couche limite que nous avons proposée, découpage qui servira de modèle pour analyser le problème thermique.

#### Remarques

L'une et l'autre des formulations précédentes mettent en évidence le caractère fondamental des grandeurs  $X_1$  et  $u_m$  en tant que paramètres de corrélation du coefficient de frottement: la quantité  $X_1$ —révélée par notre analyse expérimentale du champ des vitesses comme grandeur caractéristique de la couche limite pour un Reynolds donné—se trouve ainsi être associée à la quantité  $u_m$  représentative des conditions imposées par l'écoulement extérieur du type jet. On notera toutefois qu'à la différence de la grandeur géométrique  $X_1 = x + x_1$  sensiblement indépendante des conditions expérimentales, † la quantité  $u_m$  est fortement liée à la configuration du dispositif qui génère l'écoulement. S'appuyant sur une étude bibliographique étendue, Narasimha *et al.* [18] ont ainsi noté qu'une représentation du type

$$\frac{u_m}{u_0} = D \left( \frac{x + x_2}{e} \right)^{-n} \quad (5)$$

† Nous avons proposé de prendre  $x_1 \approx 20e$  au vu de nos propres résultats, aussi bien qu'au regard des résultats bibliographiques disponibles.

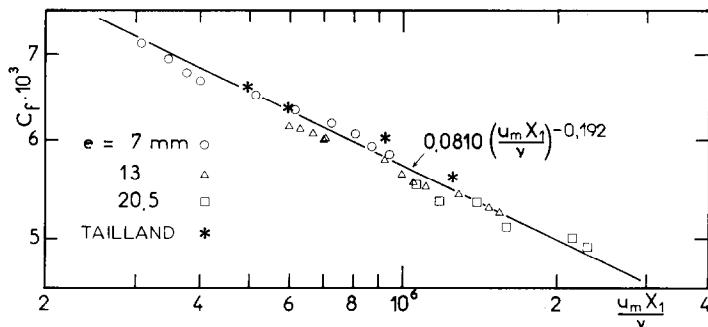


FIG. 8. Valeurs expérimentales du coefficient de frottement: vérification de la corrélation proposée en  $u_m X_1 / v$ . Comparaison avec les résultats moyens de TAILLAND [13].

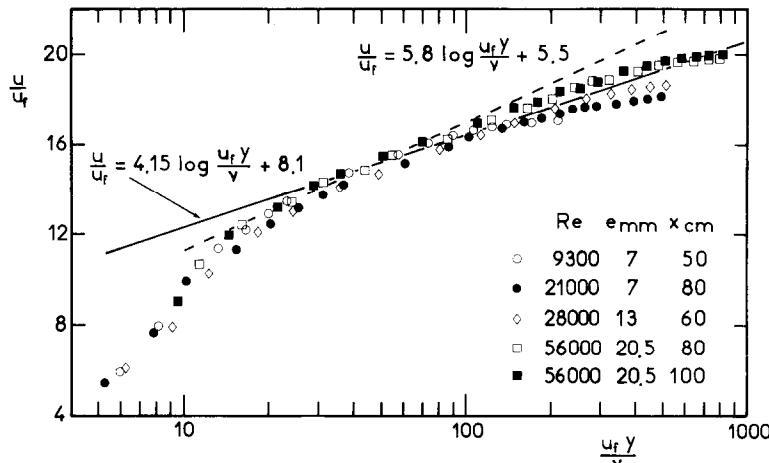


FIG. 9. Représentation logarithmique du profil des vitesses dans la zone de couche limite.

où  $x_2$  désigne l'origine fictive du jet, ne saurait être qualifiée d'universelle, étant donné la gamme relativement étendue des valeurs prises par les 'constantes'  $D$  et  $n$ :  $n$  peut varier de 0,49 à 0,62, tandis que  $D$  est compris entre 4 et 7.

Nous ajouterons que, si  $n$  est sensiblement constant pour une configuration expérimentale déterminée,  $D$  est en fait une quantité qui varie faiblement avec le nombre de Reynolds [13], alors que la valeur de  $x_2$  peut dépendre des conditions d'établissement du régime dynamique.† Il découle des considérations précédentes que toute formulation du coefficient de frottement du type

$$C_f = f\left(Re, \frac{x}{e}\right)$$

pour importante qu'elle soit d'un point de vue pratique, ne peut être qu'approchée, ce qu'a noté récemment Hammond [19].

Le caractère fondamental du paramètre  $u_m/u_0$  (non explicité en  $x/e$ ) apparaît encore lorsque l'on cherche à corréliser les profils de vitesse dans la zone de jet. Ecrivant, en effet, les relations de raccordement de la distribution universelle de vitesse (1) avec la zone de jet, on met en évidence [7, 20] l'existence d'une représentation universelle du profil des vitesses de cette zone en fonction de l'unique variable  $\eta_2$

$$\eta_2 = \frac{y - \delta}{e} \left( \frac{u_m}{u_0} \right)^{1/n}$$

dans laquelle  $n$  est précisément l'exposant qui apparaît dans la relation (5). Cette formulation universelle en  $\eta_2$  que nous avions proposée initialement dans une étude limitée à une seule épaisseur de jet [21], recoupe les travaux de Desrochers *et al.* qui, partant d'un point de vue sensiblement différent, aboutissent à une représentation similaire [22, 23].

† Dans le cas de nos essais, nous avions:  $n = 0,578$ ;  $D \approx 5,2$ ;  $x_2 \approx 7e$ .

### TRANSFERT DE CHALEUR DANS LA ZONE DE RÉGIME ÉTABLI

Dans la zone de régime thermiquement établi, la frontière de la couche limite thermique (où la température locale se raccorde à la température ambiante  $T_a$ ) est très proche de la frontière extérieure de l'écoulement [7]. Le coefficient local de transfert de chaleur étant défini à partir de la différence de température  $T_p - T_a$  nous évaluerons donc successivement les chutes de température dans la couche limite et dans la zone de jet.

#### Difference de température $T_p - T_m$ dans la couche limite

Nous considérerons à nouveau dans ce cas les deux régions préalablement définies dans l'analyse dynamique: région de paroi et zone extérieure de la couche limite.

*Région de paroi.* Dans le but de localiser la cote  $y_i$  de l'isovitesse  $u_i^*$  le long de laquelle s'effectuera la jonction entre la zone de paroi et la zone extérieure de la couche limite, nous pouvons toujours écrire qu'il existe—même dans un domaine limité [14, 19]—une représentation logarithmique de la forme

$$\frac{u}{u_f} = A \log \frac{y u_f}{v} + B. \quad (6)$$

On peut apprécier sur la Fig. 9 la validité d'une telle représentation dans le cas de nos mesures: les coefficients  $A = 4,15$  et  $B = 8,1$  sont ceux proposés initialement par Tailland [13]. (On notera à ce propos la différence avec la loi applicable en couche limite classique.)

Le long de l'isovitesse de jonction définie par  $u_i/u_m = f'_{1i} = cte$ , nous avons

$$\frac{u_i}{u_f} = \frac{f'_{1i} u_m}{u_f} = f'_{1i} \sqrt{\left( \frac{2}{C_f} \right)} = A \log \frac{y_i u_f}{v} + B.$$

L'écriture simultanée d'une représentation logarithmique des profils de température, permettra

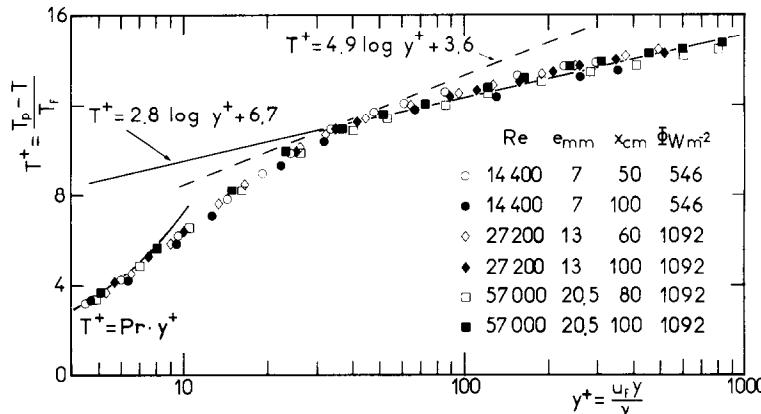


FIG. 10. Représentation logarithmique du profil des températures dans la zone de couche limite.

d'obtenir la chute de température  $T_p - T_i$

$$\frac{T_p - T_i}{T_f} = A_T \log \frac{yu_f}{v} + B_T(Pr) \quad (7)$$

où  $B_T(Pr)$  est une fonction du nombre de Prandtl. La Fig. 10, obtenue à partir de nos résultats expérimentaux, permet de situer la couche limite d'un jet pariétal par rapport à une couche limite classique dans l'air pour laquelle on obtient  $A_T = 4,9$  et  $B_T = 3,6$  (d'après Kader et Yaglom [24]): on observe que les profils de température sont conventionnels pour  $yu_f/v < 60$  et qu'une assez bonne représentation de la zone de paroi est obtenue avec  $A_T = 2,8$  et  $B_T = 6,7$ .

Des considérations précédentes, il résulte alors que

$$T_p - T_i = \frac{\Phi}{\rho C_p u_f} \left[ \frac{A_T}{A} f'_{1i} \sqrt{\left( \frac{2}{C_f} \right)} - B \frac{A_T}{A} + B_T \right].$$

*Zone extérieure de la couche limite.* Par analogie avec la formulation cinématique de cette zone, nous écrirons

$$\frac{T - T_m}{T_i - T_m} = \theta_1(\eta_1)$$

où  $\theta_1(\eta_1)$  est une fonction, a priori inconnue, de la variable sans dimension  $\eta_1$  introduite précédemment.†

Au niveau de la jonction avec la zone de paroi, nous pouvons écrire

$$\left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=y_i} = \frac{-\Phi}{\rho C_p u_f} \frac{A_T}{y_i} = \frac{T_i - T_m}{X_1^*} \theta'_1 \left( \frac{y_i - y_1}{X_1^*} \right) \quad (8)$$

et, en posant

$$-\theta'_1 \left( \frac{y_i - y_1}{X_1^*} \right) = \theta'_{1i} \quad (\theta'_{1i} > 0 \text{ est une fonction de } Re)$$

$$T_i - T_m = \frac{\Phi A_T}{\rho C_p \theta'_{1i}} \frac{X_1^*}{u_f y_i}$$

*Déférence de température  $T_m - T_a$  dans la zone de jet*

La similitude des profils de vitesse dans la zone de jet

† Les résultats expérimentaux justifient une telle écriture en conduisant à considérer que  $\theta_1(\eta_1) \simeq (u - u_m)/(u_i - u_m)$ , excepté au voisinage du maximum de vitesse.

étant définie par la variable adimensionnelle

$$\eta_2 = \frac{y - \delta}{X_2^*}, \quad \text{où } X_2^* = A_2(Re)[x + x_2]$$

les profils de température correspondants seront donc représentés par une formulation du type

$$T - T_a = (T_m - T_a) \theta_2(\eta_2)$$

où  $\theta_2$  est une fonction inconnue de la variable  $\eta_2$ .

L'écart de température  $T_m - T_a$  est, pour un nombre de Reynolds donné, une fonction unique de  $x$  qui pourra être obtenue en introduisant l'expression de  $T - T_a$  dans l'équation de l'énergie

$$u \frac{\partial(T - T_a)}{\partial x} + v \frac{\partial(T - T_a)}{\partial y} = \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda_t \frac{\partial(T - T_a)}{\partial y} \right]$$

en désignant par  $\lambda_t$  la conductivité thermique turbulente.

Nous admettrons, à l'instar de ce qui est admis dans un jet libre:  $v_t/\lambda_t = k$ , constante définie par la valeur moyenne de cette quantité dans la zone de jet (dans un jet libre  $1/k \simeq 2$ );  $v_t = K u_m X_2^*$  où  $K$  est une constante empirique (hypothèse du type Prandtl-Goertler [25]).

Ces hypothèses conduisent à

$$T_m - T_a \sim u_m^\alpha \quad (\alpha = \text{constante})$$

relation qui devient compatible avec les résultats expérimentaux en faisant  $\alpha \simeq -1$ , ce qui conduit finalement à

$$T_m - T_a \simeq \frac{C \Phi}{u_m} \quad (9)$$

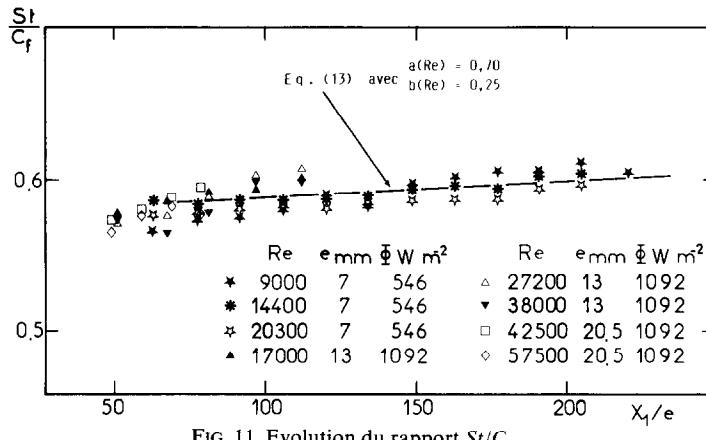
où  $C$  est une constante à déterminer expérimentalement.

*Facteur d'analogie de Reynolds*

Le nombre de Stanton est défini par

$$\frac{1}{St} = \frac{A_T}{A} f'_{1i} \frac{2}{C_f} + \left[ B_T - B \frac{A_T}{A} + \frac{A_T}{\theta'_{1i}} \frac{X_1^*}{y_i} \right]$$

$$\times \sqrt{\left( \frac{2}{C_f} \right)} + C \rho C_p \quad (10)$$

FIG. 11. Evolution du rapport  $St/C_f$ .

ce qui définit le rapport  $St/C_f$  par la relation

$$\frac{St}{C_f} = \frac{1}{2f'_{1i}A_T/A + a(Pr)\sqrt{C_f} + bC_f} \quad (11)$$

dans laquelle les coefficients  $a(Pr)$  et  $b$  sont définis de façon évidente par la relation (10);  $a(Pr)$  est une fonction du nombre de Prandtl et selon nos mesures:  $a(Pr) > 0$ .

La différence avec les analogies utilisées en couche limite classique apparaît alors clairement; on obtient en effet dans ce cas [26, 27]

$$\frac{St}{C_f} = \frac{1}{2A_T/A + c(Pr)\sqrt{C_f}} \quad (12)$$

où  $c(Pr)$  est une fonction du nombre de Prandtl, très proche de zéro (et négative) dans le cas de l'air, si bien qu'en réalité on peut écrire avec ce fluide:  $St/C_f \simeq 0,5A/A_T$ .

On observera, en particulier, que la relation (11) permet de prévoir un léger accroissement du rapport  $St/C_f$  avec  $x$ , ce qui a effectivement été constaté expérimentalement [6, 7]. Pour un nombre de Reynolds donné, on a en effet

$$\frac{X_1^*}{\theta'_{1i}(y_i - y_1)} = \text{constante}$$

soit, dans la zone de régime établi

$$\frac{X_1^*}{\theta'_{1i}y_i} \simeq \text{constante}$$

et ainsi

$$\frac{St}{C_f} = \frac{1}{2f'_{1i}A_T/A + a\sqrt{C_f} + bC_f}$$

expression dans laquelle  $a$  et  $b$  sont des constantes positives.

Une formulation approchée de cette dernière expression peut être obtenue en rappelant la corrélation introduite pour  $C_f$

$$\begin{aligned} C_f &= 0,0810 \left( \frac{u_m X_1}{v} \right)^{-0.192} \\ &= 0,0810 Re^{-0.192} \left( \frac{u_m}{u_0} \cdot \frac{X_1}{e} \right)^{-0.192} \end{aligned}$$

tandis que, dans le cas de notre dispositif d'essai, on peut écrire

$$\frac{u_m}{u_0} = D(Re) \left( \frac{X_2}{e} \right)^{-0.578}$$

ce qui conduit à réécrire l'expression (10) selon

$$\begin{aligned} \left( \frac{St}{C_f} \right)^{-1} &= 2f'_{1i} \frac{A_T}{A} + a(Re) \left( \frac{X_1}{e} \right)^{-0.096} \left( \frac{X_2}{e} \right)^{0.056} \\ &\quad + b(Re) \left( \frac{X_1}{e} \right)^{-0.192} \left( \frac{X_2}{e} \right)^{0.111}. \quad (13) \end{aligned}$$

La Fig. 11 représente l'évolution du rapport  $St/C_f$  avec l'abscisse réduite  $X_1/e$  pour  $X_1/e > 50$  (zone de régime thermique établi): les valeurs expérimentales du nombre de Stanton que nous avons obtenues y sont rapportées aux valeurs moyennes du coefficient de frottement définies par la relation (4). Cette représentation illustre le léger accroissement du rapport  $St/C_f$  avec  $X_1/e$ ; elle ne conduit pas cependant à observer une évolution systématique de ce rapport avec le nombre de Reynolds, la dispersion des données expérimentales étant du même ordre de grandeur que les erreurs de mesure; elle permet néanmoins de définir un ajustement convenable en prenant

$$2f'_{1i}A_T/A = 0,95; \quad a(Re) = 0,70; \quad b(Re) = 0,25.$$

## DISCUSSION

L'analyse précédente, qui nous a conduit à caractériser la différence qui existe entre une couche limite classique sans turbulence extérieure, et une couche limite de jet pariétal, nous permet maintenant de justifier les différences observées dans le domaine du transfert de chaleur.

Dans le cas d'une couche limite classique en écoulement d'air ( $Pr = 0,7$ ), le transfert de chaleur est presque essentiellement déterminé par l'évolution du phénomène dans la région proche de la paroi, si bien

† On a pu montrer, à partir de l'étude d'une discontinuité de flux à la paroi [7, 28], que l'effet d'un décalage des origines dynamique et thermique, était complètement 'oublié', dans le cas des essais présentés ici, pour  $X_1/e > 50$ .

que l'analogie entre transfert de chaleur et de quantité de mouvement se réduit en fait à la relation simple

$$\frac{St}{C_f} \simeq \frac{1}{2} \frac{A}{A_T} \simeq \frac{1}{2Pr_t} \quad (14)$$

où  $Pr_t$  désigne le nombre de Prandtl turbulent dans la zone où s'applique la loi logarithmique [24]. Simonich et Bradshaw [27] écrivent ainsi numériquement la relation (12) selon

$$\frac{St}{C_f} = \frac{0,5 \times 1,18}{1 - 0,098\sqrt{0,5C_f}} = \frac{1}{1,695 - 0,117\sqrt{C_f}}$$

d'où il découle, étant donné la gamme des valeurs de  $C_f(0,003-0,004)$ , que l'on peut écrire:  $St/C_f \simeq 1/1,695 \simeq 0,59$ . Par ailleurs, les résultats expérimentaux de Reynolds *et al.* [29] corroborent à nouveau une telle écriture puisqu'ils obtiennent

$$\frac{St}{C_f} = 0,577 \text{ pour une plaque à température constante}$$

$$\frac{St}{C_f} = 0,60 \text{ pour une plaque à flux constant}$$

valeurs qui conduisent respectivement [d'après la relation (14)] à  $Pr_t = 0,87$  et  $0,83$ , en parfait accord avec la valeur moyenne de  $0,85$  proposée par Kader et Yaglom [24].

Une telle approche ne s'applique pas au cas du jet pariétal. Il est en effet essentiel de noter que la chute de température  $T_p - T_i$  dans la zone de paroi est loin de déterminer la valeur du coefficient d'échange puisqu'elle ne représente plus ici que 55% de la différence de température  $T_p - T_a$ , la chute de température complémentaire  $T_i - T_a$  se répartissant selon la zone extérieure de la couche limite ( $T_i - T_m$ ) et selon la zone de jet ( $T_m - T_a$ ) à valeurs respectives d'environ 35 et 10% de l'écart  $T_p - T_a$ . On notera, de plus, que l'intensité de turbulence atteint ici 15% dans la zone extérieure de la couche limite contre 2% dans la zone équivalente d'une couche limite classique sans turbulence extérieure. L'importance de la contribution de la zone extérieure de la couche limite dans l'évolution du phénomène de transfert thermique est ainsi mise en évidence par les données précédentes tandis que l'on observera que la loi 'faisceau' proposée pour modéliser cette zone traduit cette influence dans la mesure où elle exprime une indépendance relative de cette région de l'écoulement vis à vis des paramètres de paroi, contrairement à ce qu'il advient en couche limite classique où l'on peut user de lois déficitaires.

L'analogie développée précédemment, qui prend explicitement en compte les influences relatives des différentes régions de l'écoulement en les modélisant conformément aux résultats de l'étude dynamique, permet alors d'aboutir à une formulation (11) du rapport  $St/C_f$  capable de traduire la réalité expérimentale, en soulignant notamment les points suivants propres au jet pariétal.

*Le rapport  $St/C_f$  croît lorsque l'on s'éloigne de la buse de sortie ; cet accroissement qui reste très faible pour le*

nombre de Prandtl expérimenté ici ( $Pr = 0,7$ ) doit logiquement devenir de plus en plus marqué, du moins si l'on admet que, comme en couche limite classique,  $a(Pr)$  [dans lequel intervient  $B_T(Pr)$ ] augmente avec le nombre de Prandtl, toutes choses restant égales par ailleurs. Tablant sur une telle hypothèse—et reprenant pour  $B_T(Pr)$  la valeur définie en couche limite classique par Kader et Yaglom [24]:  $B_T(Pr) \simeq 12,5Pr^{2/3} - 5,8$  (applicable pour  $Pr > 0,5$ )†—Hammond [30] vient d'aboutir très récemment à un résultat de ce type. A partir d'une étude théorique dans laquelle il divise l'écoulement en deux zones—une zone de paroi incluant la zone logarithmique supposée inchangée par rapport à une couche limite classique et une zone extérieure représentée par une loi sillage du type Coles-Spalding s'appliquant jusqu'à la frontière externe du jet—cet auteur développe une représentation similaire pour les profils de température et aboutit à une expression du facteur d'analogie de Reynolds  $St/0,5C_f$  qui croît avec le nombre de Reynolds local‡ au moins pour les nombres de Prandtl suffisamment élevés ( $Pr > 2$  par exemple), et qui donne une constante pour  $Pr = 0,7$ . Ce dernier résultat, contraire à nos mesures, peut s'expliquer, d'une part, avec l'hypothèse qu'il fait sur la formulation du coefficient  $B_T(Pr)$  calqué sur celui d'une couche limite et dont la valeur ne correspond pas à la réalité pour  $Pr = 0,7$  (nos mesures donnent ainsi  $B_T = 6,7$  au lieu de 4 selon ses hypothèses), et d'autre part, avec la simplification qu'il apporte au phénomène en ne considérant que deux zones de l'écoulement, la zone intermédiaire que nous avons introduite devant jouer un rôle relativement plus important lorsque le nombre de Prandtl diminue. On ne dispose malheureusement pas dans la littérature d'études suffisamment précises permettant d'apprécier expérimentalement l'accroissement du rapport  $St/C_f$  avec la distance à la buse de sortie pour des fluides autres que l'air : les seuls résultats connus en jet pariétal sont en effet l'étude de Mabuchi et Kumada [5] relative à un transfert de mass (le nombre de Schmidt étant égal à 2,5) et l'étude de Leduc et Jaumotte [31], plus technique, effectuée avec de l'eau ; or, dans les deux cas, la présentation des résultats ne permet pas de remonter au facteur d'analogie de Reynolds (ou à son analogue).

*L'analogie entre transfert de chaleur et de quantité de mouvement ne se réduit pas à la relation simple :  $St/C_f \simeq A/A_T$  applicable en couche limite classique dans le cas de l'air ; sachant que  $A_T/A$  est expérimentalement voisin de 0,67, nous devrions en effet obtenir, selon cette hypothèse,  $St/C_f \simeq 0,75$ , alors que la valeur mesurée de ce rapport est proche de 0,6, résultat justifié par la relation (11).*

La jonction entre la zone de paroi et la zone extérieure de la couche limite que nous avons introduite se situe bien au voisinage de l'isovitesse  $u^* = 0,7$

† La formulation proposée par Kader et Yaglom s'écrit en réalité  $B_T(Pr) = 12,5Pr^{2/3} + 2,12 \ln Pr - 5,3$ .

‡ Pour une vitesse de sortie donnée, ce nombre de Reynolds, analogue à  $Re_{X_1} = u_m X_1/v$ , croît avec  $X_1$ .

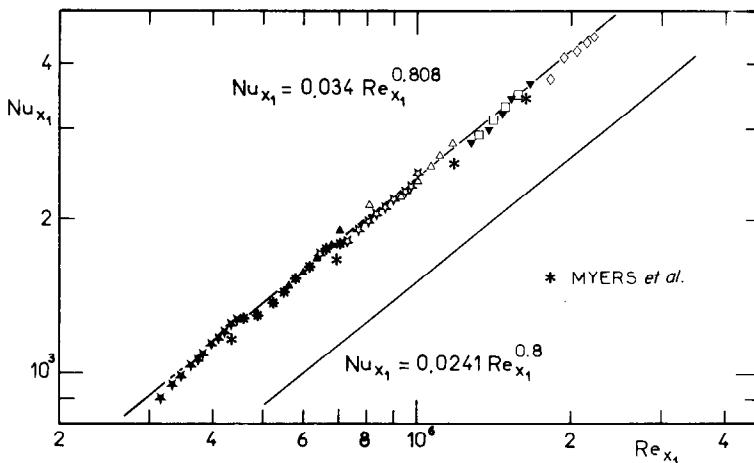


FIG. 12. Représentation du nombre de Nusselt local en fonction du nombre de Reynolds local. Notations de la Fig. 11. Comparaison avec les valeurs moyennes de Myers *et al.* [3] (plaqué à température constante).

conformément aux hypothèses initiales; nous avons en effet obtenu:  $2f'_{11}A_T/A = 0,95$ , ce qui conduit à  $f'_{11} \simeq 0,71$ .

Pour la plupart des applications pratiques, il est possible de se baser sur une valeur moyenne du rapport  $St/C_f$  ce qui conduit à écrire, compte tenu de la relation (4)

$$Nu_{x_1} = \frac{hX_1}{\lambda} = 0,034 \left( \frac{u_m X_1}{v} \right)^{0,808}$$

pour une plaque à flux constant. Sur la Fig. 12 qui illustre la formulation précédente, nous avons également reporté quelques valeurs issues de la corrélation moyenne proposée par Myers *et al.* [3] avec une plaque à température constante, tandis que nous donnons comme repère la formulation admise en couche limite classique avec l'air

$$Nu_{x_1} = 0,024 \left( \frac{u_m X_1}{v} \right)^{0,8}$$

où  $X_1$  désigne, cette fois, la distance par rapport à l'origine fictive de la couche limite.

On notera enfin que la valeur moyenne du rapport  $St/C_f$  reste numériquement proche de la valeur que l'on peut déduire d'une relation type Colburn, précisée (dans la gamme  $0,6 < Pr < 1$ ) par Reynolds *et al.* [29] selon:  $St/C_f = 0,5Pr^{-0,4}$ . Pour  $Pr = 0,7$ , cette expression conduit en effet à  $St/C_f = 0,577$  pour une plaque isotherme, et, pour une plaque à flux constant, on obtient (d'après Reynolds *et al.* [29]):  $St/C_f = 1,04 \times 0,577 = 0,60$ , valeur très proche de nos mesures.

## BIBLIOGRAPHIE

1. R. A. Seban, Heat transfer and effectiveness for a turbulent boundary layer with tangential fluid injection, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer* **82**, 303-312 (1960).
2. R. A. Seban and L. H. Back, Velocity and temperature profiles in a wall jet, *Int. J. Heat Mass Transfer* **2**, 255-265 (1961).
3. G. E. Myers, J. J. Schauer and R. H. Eustis, Heat transfer to
4. G. E. Myers, J. J. Schauer and R. H. Eustis, Plane turbulent wall jet flow development and friction factor, *J. Basic Engng* **85**, 47-54 (1963).
5. I. Mabuchi and M. Kumada, Studies on heat transfer to turbulent jets with adjacent boundaries, *Bull. J.S.M.E.* **15**, 1236-1245 (1972).
6. J. Mathieu, Contribution à l'étude aéothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi, Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, n° 374 (1962).
7. P. Y. Nizou, Contribution à l'étude de la convection forcée turbulente dans le cas d'un jet pariétal plan, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Nantes (1978).
8. E. Alcaraz, G. Guillermet et J. Mathieu, Mesures de frottement à la paroi à l'aide de tubes de Preston et d'une balance, *C.R. Acad. Sci. 266A*, 432-434 (1968).
9. V. C. Patel, Calibration of the Preston tube and its limitations on its use in pressure gradients, *J. Fluid Mech.* **23**, 185-208 (1965).
10. B. F. Blackwell and R. J. Moffat, Design and construction of a low-velocity boundary-layer temperature probe, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer* **97**, 313-315 (1975).
11. P. Y. Nizou, Heat and momentum transfer in a plane turbulent wall jet, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer* **103**, 138-140 (1981).
12. B. E. Launder et W. Rodi, The turbulent wall jet—measurements and modeling, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **15**, 429-459 (1983).
13. A. Tailland, Contribution à l'étude d'un jet plan dirigé tangentielle à une paroi plane, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Lyon (1970).
14. B. E. Launder and W. Rodi, The turbulent wall jet, *Prog. Aerospace Sci.* **19**, 81-128 (1981).
15. H. P. A. H. Irwin, Measurements in a self-preserving wall jet in a positive pressure gradient, *J. Fluid Mech.* **61**, 33-63 (1973).
16. P. M. Sforza and G. Herbst, A study of three-dimensional, incompressible, turbulent wall jets, *AIAA J.* **18**, 276-283 (1970).
17. J. P. Narain, Three-dimensional turbulent wall jets, *Can. J. Chem. Engng* **53**, 245-251 (1975).
18. R. Narasimha, K. Yegna Narayan and S. P. Parthasarathy, Parametric analysis of turbulent wall jets in still air, *Aeronaut. J.* **77**, 355-359 (1973).
19. G. P. Hammond, Complete velocity profile and "optimum" skin friction formulas for the plane wall-jet, *J. Fluids Engng* **104**, 59-66 (1982).

20. P. Y. Nizou, Représentation cinématique des jets pariétaux bidimensionnels. Evolution du coefficient de frottement, *Proc. 8th Can. Cong. of Appl. Mech.*, Moncton, pp. 609-610 (1981).
21. H. Mouton et P. Y. Nizou, Contribution à l'étude d'un jet pariétal plan, *C.R. Acad. Sci.* **273A**, 1323-1326 (1971).
22. P. Desrochers et P. Florent, Sur conséquences d'une similitude dans l'étude des jets libres et pariétaux bidimensionnels, *C.R. Acad. Sci.* **279B**, 37-40 (1975).
23. P. Desrochers, P. Remingius et P. Florent, Contribution à l'étude des jets pariétaux bidimensionnels en régime stationnaire et pulsé, *Can. Aero. space J.* **23**, 296-305 (1977).
24. B. A. Kader and A. M. Yaglom, Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows, *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 2329-2351 (1972).
25. N. Rajaratnam, *Turbulent Jets*, p. 19. Elsevier, Amsterdam (1976).
26. A. Fortier, *Mécanique des Fluides et Transfert de Chaleur et de Masse par Convection*, p. 183. Masson, Paris (1975).
27. J. C. Simonich and P. Bradshaw, Effect of free-stream turbulence on heat transfer through a turbulent boundary layer, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **100**, 671-677 (1978).
28. Ts. Tida, Convection forcée turbulente dans le cas d'un jet pariétal plan avec discontinuité de flux à la paroi, Rapport de D.E.A., Université de Nantes (1983).
29. W. C. Reynolds, W. M. Kays and S. J. Kline, Heat transfer in the turbulent boundary layer, NASA Memorandum, 12-1-58W, 12-2-58W, 12-3-58W (1958); et voir également: a summary of experiments on turbulent heat transfer from a nonisothermal flat plate, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **82**, 341-347 (1960).
30. G. P. Hammond, Profile analysis of heat/mass transfer across the plane wall-jet, *Proc. 7th Int. Heat Transfer Conf.*, Munich, Vol. 3, pp. 349-355 (1982).
31. B. Leduc et A. Jaumotte, Refroidissement d'une plaque plane par jet et injection pariétaux, *Revue Gén. Therm., Fr.* **14**, 679-692 (1975).

#### ANALOGY BETWEEN HEAT AND MOMENTUM TRANSFER IN PLANE TURBULENT WALL JET

**Abstract**—The aim of the present report is to discuss the relation between heat transfer and skin friction for turbulent wall jets flows. The extensive experimental study of the inner layer (region near the wall) has led us to propose a schematization of the dynamic flow behavior: developing the analytical consequences of the proposed representation, we obtain a new friction formulation which defines a more satisfying correlation than empirical formulation (Blasius type) generally used. This new analysis of fluid flow is then used to resolve the heat transfer problem. So we obtain a relation between heat transfer and skin friction which explains the experimental heat transfer results.

#### ANALOGIE ZWISCHEN WÄRME- UND IMPULSÜBERTRAGUNG IN EINEM EBENEN TURBULENTEN WANDSTRÄHL

**Zusammenfassung**—Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Wärmeübertragung und Wandreibung eines turbulenten Wandstrahles. Ausführliche experimentelle Untersuchungen der Unterschicht (Bereich nahe der Wand) führen dazu, eine Schematisierung des dynamischen Strömungsverhaltens vorzuschlagen: Die Berücksichtigung der analytischen Ergebnisse der vorgeschlagenen Darstellungsweise führt zu einer neuen Formulierung der Reibung, welche eine bessere Korrelation definiert als die normalerweise benutzten empirischen Formulierungen (Blasius Typ). Die neuen Erkenntnisse über die Fluidströmung werden dann benutzt, um das Wärmeübergangsproblem zu lösen. Auf diese Weise erhält man eine Beziehung zwischen Wärmeübertragung und Wandreibung, welche die experimentellen Befunde der Wärmeübertragung erklärt.

#### АНАЛОГИЯ МЕЖДУ ПЕРЕНОСОМ ТЕПЛА И ИМПУЛЬСА В ПЛОСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПРИСТЕННОЙ СТРУЕ

**Аннотация**—Обсуждается зависимость между теплопереносом и поверхностным трением в случае турбулентного струйного течения в пристеночной области. В результате многочисленных экспериментальных исследований внутреннего слоя (области вблизи стенки) предложена модель динамической картины течения, дальнейшая аналитическая разработка которой дала возможность получить новую более удовлетворительную зависимость для коэффициента трения, чем обычно используемое эмпирическое соотношение базиусовского типа. Новый аналитический подход к рассмотрению течения жидкости затем использован для решения задачи теплопереноса. В результате получено соотношение между теплопереносом и поверхностным трением, позволяющее описать полученные экспериментальные данные по теплопереносу.